4.3 - FLEXION SIMPLE - ELU + ELS

(dimensionnement à l'ELU avec vérification des contraintes à l'ELS)

Classes d'exposition X0 et XC :

A l'ELS : $\bar{\sigma}_c = k_1 \times f_{ck}$ avec $k_1 = 1$

Pour les classes d'exposition X0 et XC le calcul à l'ELU est toujours prépondérant.
Le calcul à l'ELS n'est donc pas nécessaire.

Classes d'exposition XD, XS et XF :

A l'ELS : $\bar{\sigma}_c = k_1 \times f_{ck}$ avec $k_1 = 0.6$

Pour les classes d'exposition XD, XS et XF le calcul à l'ELU est prépondérant tant que la contrainte admissible de compression du béton n'est pas dépassée à l'ELS.
On appelle μ_{lu} le moment réduit limite pour lequel à l'ELS la contrainte admissible de compression du béton est atteinte.

Dans tous les cas a valeur de μ_{lu} est supérieure à μ_{AB} (moment réduit frontière entre le pivot A et le pivot B).

Dans tous les cas la valeur de μ_{lu} devra être plafonnée à la valeur de μ_{ls} (moment réduit lorsqu'à l'ELU $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$ et $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{yd}$).

→ $\mu_{lu} = min \begin{cases} \mu_{lu} \\ \mu_{ls} \end{cases}$

Donc : si $\mu_{cu} \leq \mu_{lu}$ → Pas d'aciers comprimés
Calcul à l'ELU
si $\mu_{cu} \leq \mu_{AB}$ → Pivot A
si $\mu_{cu} > \mu_{AB}$ → Pivot B

si $\mu_{cu} > \mu_{lu}$ → Aciers comprimés
Calculs à l'ELU et à l'ELS

Calcul de μ_{lu} :

Le moment réduit μ_{lu} correspond à la situation suivante :

$M_{Ed} = \gamma \times M_{ser}$

$A_{s1} = A_{s1,u} = A_{s1,ser}$

A l'ELU (pivot B) :

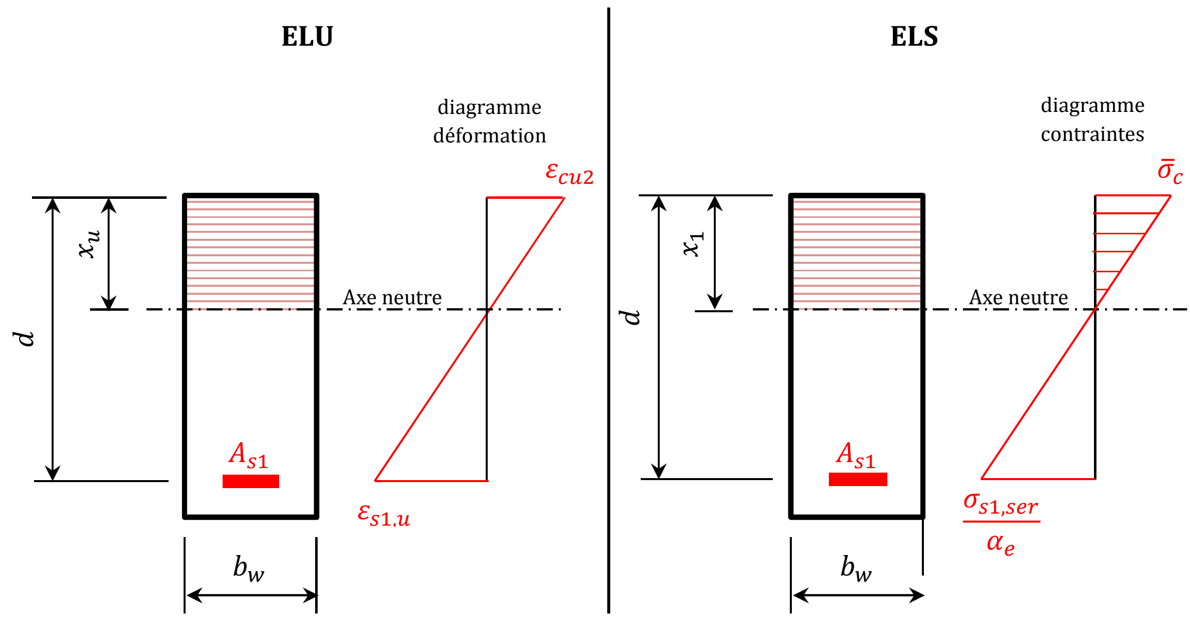
$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$

$\varepsilon_{yd} < \varepsilon_{s1,ser} < \varepsilon_{ud}$

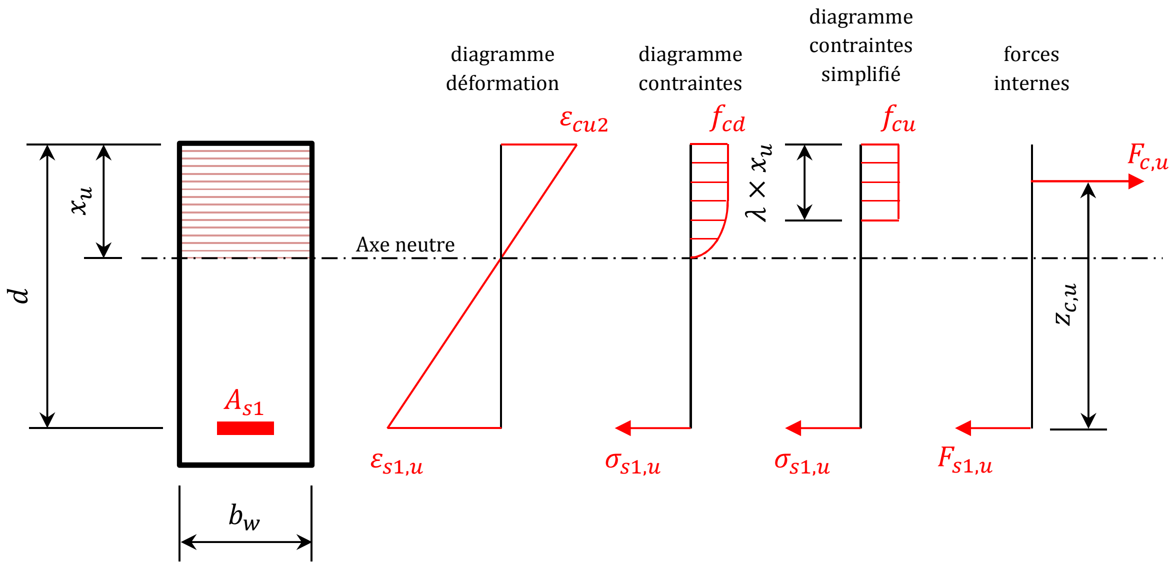
A l'ELS :

$\sigma_c = \bar{\sigma}_c$

$\sigma_{s1,u} < \bar{\sigma}_s$



A l'ELU :



$$x_u = \alpha_u \times d$$
$$z_{c,u} = d - \frac{\lambda \times x_u}{2} = d \times \left(1 - \frac{\lambda \times \alpha_u}{2}\right)$$

$$F_{c,u} = b_w \times \lambda \times x_u \times f_{cu} = b_w \times \lambda \times \alpha_u \times d \times f_{cu}$$
$$F_{s1u} = A_{s1,u} \times \sigma_{s1,u}$$

Equations d'équilibre :

$$M_{Ed} = F_{c,u} \times z_{c,u} = b_w \times \lambda \times \alpha_u \times d \times f_{cu} \times d \times \left(1 - \frac{\lambda \times \alpha_u}{2}\right)$$
$$M_{Ed} = b_w \times d^2 \times f_{cu} \times \lambda \times \alpha_u \times \left(1 - \frac{\lambda \times \alpha_u}{2}\right)$$

on pose : $\mu_{cu} = \frac{M_{Ed}}{b_w \times d^2 \times f_{cu}} = \lambda \times \alpha_u \times \left(1 - \frac{\lambda \times \alpha_u}{2}\right)$ (moment réduit)

→ Equation du 2nd degré en α_u

→ Solution : $\alpha_u = \frac{1}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - 2 \times \mu_{cu}}\right)$

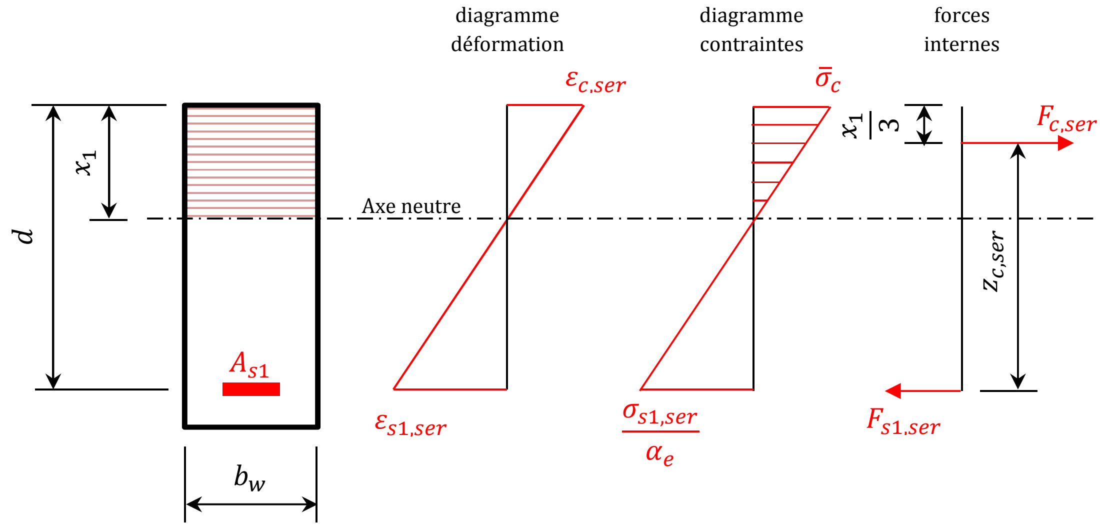
$$M_{Ed} = F_{s1,u} \times z_{c,u} = A_{s1} \times \sigma_{s1,u} \times z_{c,u}$$

→ $A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{\sigma_{s1,u} \times z_{c,u}}$ avec $\sigma_{s1,u} = A + B \times \varepsilon_{s1,u}$

$\varepsilon_{s1,u} = \varepsilon_{cu2} \times \left(\frac{1-\alpha_u}{\alpha_u}\right)$

→ $\sigma_{s1,u} = A + B \times \varepsilon_{cu2} \times \left(\frac{1-\alpha_u}{\alpha_u}\right)$

A l'ELS :



$x_1 = \alpha_1 \times d$

$z_{c,ser} = d - \frac{x_1}{3} = d \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right)$

$F_{c,ser} = \frac{1}{2} \times b_w \times x_1 \times \bar{\sigma}_c = \frac{1}{2} \times b_w \times \alpha_1 \times d \times \bar{\sigma}_c$

$F_{s1,ser} = A_{s1} \times \sigma_{s1,ser}$

Equations d'équilibre :

$M_{ser} = F_{c,ser} \times z_{c,ser} = \frac{1}{2} \times b_w \times \alpha_1 \times d \times \bar{\sigma}_c \times d \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right)$

$M_{ser} = b_w \times d^2 \times \bar{\sigma}_c \times \frac{1}{2} \times \alpha_1 \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right)$

on pose : $\mu_{ser} = \frac{M_{ser}}{b_w \times d^2 \times \bar{\sigma}_c} = \frac{1}{2} \times \alpha_1 \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right)$ (moment réduit)

→ Equation du 2nd degré en α_1

→ Solution : $\alpha_1 = \frac{3}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \times \mu_{ser}}\right)$

$M_{ser} = F_{s1,ser} \times z_{c,ser} = A_{s1} \times \sigma_{s1,ser} \times z_{c,ser}$

→ $A_{s1} = \frac{M_{ser}}{\sigma_{s1,ser} \times z_{c,ser}}$ avec $\sigma_{s1,ser} = \alpha_e \times \bar{\sigma}_c \times \left(\frac{1-\alpha_1}{\alpha_1}\right)$

$\mu_{cu} = \mu_{lu}$ lorsque :

$$A_{s1} = A_{s1,u} = A_{s1,ser}$$

$$\frac{M_{Ed}}{\sigma_{s1,u} \times z_{c,u}} = \frac{M_{ser}}{\sigma_{s1,ser} \times z_{c,ser}}$$

$$\frac{M_{Ed}}{\sigma_{s1,u} \times z_{c,u}} = \frac{M_{Ed}/\gamma}{\sigma_{s1,ser} \times z_{c,ser}}$$

$\frac{\mu_{cu}}{\sigma_{s1,u} \times z_{c,u}} = \frac{\mu_{cu}}{\sigma_{s1,ser} \times z_{c,ser} \times \gamma}$ si cette équation est vérifiée alors $\mu_{cu} = \mu_{lu}$

$$\frac{\mu_{lu}}{\sigma_{s1,u} \times z_{c,u}} = \frac{\mu_{lu}}{\sigma_{s1,ser} \times z_{c,ser} \times \gamma}$$

avec $\sigma_{s1,u} = A + B \times \varepsilon_{cu2} \times \left(\frac{1-\alpha_u}{\alpha_u}\right)$

$$\alpha_u = \frac{1}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - 2 \times \mu_{lu}}\right)$$

$$z_{c,u} = d \times \left(1 - \frac{\lambda \times \alpha_u}{2}\right)$$

$$\sigma_{s1,ser} = \alpha_e \times \bar{\sigma}_c \times \left(\frac{1-\alpha_1}{\alpha_1}\right)$$

$$\alpha_1 = \frac{3}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \times \mu_{ser}}\right)$$

$$z_{c,ser} = d \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right)$$

de plus nous pouvons écrire :

$$\bar{\sigma}_c = k_1 \times f_{ck}$$

$$f_{cu} = \eta \times \alpha_{cc} \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

$$\rightarrow f_{ck} = \frac{f_{cu} \times \gamma_c}{\alpha_{cc} \times \eta}$$

$$\rightarrow \bar{\sigma}_c = k_1 \times \frac{f_{cu} \times \gamma_c}{\alpha_{cc} \times \eta}$$

$$\mu_{ser} = \frac{M_{ser}}{b_w \times d^2 \times \bar{\sigma}_c} = \frac{M_{Ed}/\gamma}{b_w \times d^2 \times \bar{\sigma}_c} = \frac{M_{Ed}}{b_w \times d^2 \times \gamma} \times \frac{1}{k_1} \times \frac{\alpha_{cc} \times \eta}{f_{cu} \times \gamma_c}$$

$$\mu_{ser} = \frac{M_{Ed}}{b_w \times d^2 \times f_{cu}} \times \frac{\alpha_{cc} \times \eta}{k_1 \times \gamma \times \gamma_c}$$

$$\mu_{ser} = \mu_{lu} \times \frac{\alpha_{cc} \times \eta}{k_1 \times \gamma \times \gamma_c}$$

$\rightarrow$ $\sigma_{s1,ser} = \alpha_e \times k_1 \times f_{ck} \times \left(\frac{1-\alpha_1}{\alpha_1}\right)$

$$\alpha_1 = \frac{3}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \times \mu_{lu} \times \frac{\alpha_{cc} \times \eta}{k_1 \times \gamma \times \gamma_c}}\right)$$

L'équation à résoudre devient donc :

$$\frac{\mu_{lu}}{\sigma_{s1,u} \times z_{c,u}} = \frac{\mu_{lu}}{\sigma_{s1,ser} \times z_{c,ser} \times \gamma}$$

$$\frac{\mu_{lu}}{\left(A + B \times \varepsilon_{cu2} \times \left(\frac{1-\alpha_u}{\alpha_u}\right)\right) \times d \times \left(1 - \frac{\lambda \times \alpha_u}{2}\right)} = \frac{\mu_{lu}}{\alpha_e \times k_1 \times f_{ck} \times \left(\frac{1-\alpha_1}{\alpha_1}\right) \times d \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) \times \gamma}$$

$$\frac{\mu_{lu}}{\left(A + B \times \varepsilon_{cu2} \times \left(\frac{1-\alpha_u}{\alpha_u}\right)\right) \times \left(1 - \frac{\lambda \times \alpha_u}{2}\right)} = \frac{\mu_{lu}}{\alpha_e \times k_1 \times f_{ck} \times \left(\frac{1-\alpha_1}{\alpha_1}\right) \times \left(1 - \frac{\alpha_1}{3}\right) \times \gamma}$$

avec $\alpha_u = \frac{1}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - 2 \times \mu_{lu}}\right)$

$\alpha_1 = \frac{3}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{8}{3} \times \mu_{lu} \times \frac{\alpha_{cc} \times \eta}{k_1 \times \gamma \times \gamma_c}}\right)$

La seule inconnue devient donc μ_{lu} et qui dépend de :

$\lambda, \eta, \alpha_{cc}, \gamma_c, k_1, f_{ck}, \varepsilon_{cu2}$

A, B, α_e

$\gamma = \frac{M_{Ed}}{M_{ser}}$